الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	درس عموميات حول الدوال	مستوى الدراسي: الأ ولى علوم تجريبية عدد الساعات : 14

A.أنشطة تذكيرية

نشاط 1:

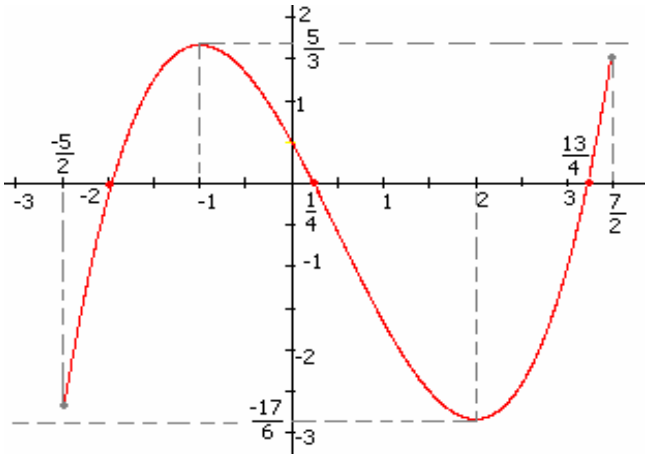
حدد مجموعة تعريف الدالة العددية f للمتغير الحقيقي في الحالات التالية:

أ/ $f(x)=\dfrac{-2x+3}{x^2-x+2}$ ب/ $f(x)=\sqrt{1-2x}$

ج/ $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{2x-1}$

نشاط 2:

لتكن f دالة عددية معرفة على $\left[\dfrac{-5}{2};\dfrac{7}{2}\right]$ و (C) منحناها كما في الشكل التالي:



1- حدد القيمة القصوى و القيمة الدنيا لدالة f على المجال $\left[\dfrac{-5}{2};\dfrac{7}{2}\right]$

2- استنتج أن $\forall x\in\left[\dfrac{-5}{2};\dfrac{7}{2}\right]\quad \dfrac{-17}{6}\le f(x)\le\dfrac{5}{3}$

3- حل مبيانيا أ- $f(x)=0$ ب- $f(x)\ge 0$

4- حدد مبيانيا عدد حلو المعادلة $f(x)=1$

نشاط 3:

I/ لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ $f(x)=x^2-2x$

و C_f منحنى الدالة f في المعلم المتعامد الممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- تأكد أن $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=(x-1)^2-1$

أ/ بين أن المنحنى C_f صورة المنحنى (C) الممثل للدالة المعرفة بـ $x\to x^2$ بالإزاحة ذا المتجهة $\vec{u}(1;-1)$

ب/ حدد طبيعة C_f و أنشئه

II/ لتكن g دالة عددية لمتغير حقيقي معرفتين بـ $g(x)=x|x|-2x$

1- بين أن f دالة فردية

2- حدد جدول تغيرات الدالة f

3- أنشئ C_g في المعلم المتعامد الممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

نشاط 4 :

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفتين بـ $f(x)=\dfrac{-2x-1}{x-1}$

و C_f منحنى الدالة f في المعلم المتعامد الممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- حدد D_f

ب- تحقق أن $f(x)=-2+\dfrac{-3}{x-1}$ لكل x من D_f

2- أ- بين أن C_f صورة المنحنى (C) الممثل للدالة المعرفة بـ $x\to\dfrac{-3}{x}$ بالإزاحة ذا المتجهة $\vec{u}(1;-2)$

ب- أنشئ C_f

3- نعتبر g الدالة المعرفة بـ $g(x)=\dfrac{-2|x|-1}{|x|-1}$

أ- حدد D_g و أدرس زوجية g

ب- أنشئ C_g

B.تذكير: الدالة الزوجية- الدالة الفردية

تعريف

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي و D_f حيز تعريفها

* نقول ان f دالة زوجية اذا تحقق الشرطان التاليان : * لكل x من D_f $\quad -x\in D_f$

* لكل x من D_f $\quad f(-x)=f(x)$

* نقول إن f دالة فردية إذا تحقق الشرطان التاليان : * لكل x من D_f $\quad -x\in D_f$

* لكل x من D_f $\quad f(-x)=-f(x)$

التأويل الهندسي

خاصية

لتكن f دالة عددية و C_f منحناها في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

-* تكون f دالة زوجية إذا وفقط إذا كان محور الأراتيب محور تماثل للمنحنى C_f

-* تكون f دالة فردية إذا وفقط إذا كان المنحنى C_f متماثلا بالنسبة لأصل المعلم

I.الدالة المكبورة و الدالة المصغورة و الدالة المحدودة

نشاط : نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)\le 1$
3. بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\le f(x)$
4. ماذا تستنتج ؟مادا نقول عن الدالة f ؟

1. تعريف

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

- نقول إن f دالة مكبورة على مجال I إذا وجد عدد حقيقي M بحيث : $\forall x\in I\quad f(x)\le M$
- نقول إن f دالة مصغورة على مجال I إذا وجد عدد حقيقي m بحيث : $\forall x\in I\quad f(x)\ge m$
- نقول إن f دالة محدودة على مجال I إذا كانت مكبورة و مصغورة على المجال I.

2. خاصية:

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.تكون f دالة محدودة على المجال I إذا وجد عدد حقيقي k بحيث : $\forall x\in I\quad |f(x)|\le k$

**** تمرين تطبيقي : (02 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

II. الدالة الدورية

نشاط : نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\cos x$

قارن : $f(x)$ و $f(x+2\pi)\quad \forall x\in\mathbb{R}$

1. تعريف

لتكن f دالة عددية و D مجموعة تعريفها.

نقول إن f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T موجب قطعا بحيث :

- إذا كانت $x\in D$ فان $x+T\in D$
- $\forall x\in D\quad f(x+T)=f(x)$

العدد T يسمى دورا للدالة f

2. خاصية:

إذا كان T دورا للدالة f فان : $\forall x\in D\quad f(x+kT)=f(x)$ و $\forall k\in\mathbb{Z}$

ملاحظة: إذا كان T دورا للدالة f و D مجموعة تعريف f فانه :يكفي مثلا دراسة تغيرات f على المجموعة $D\cap[0;T]$ أو $D\cap\left[-\frac{T}{2};\frac{T}{2}\right]$ و يستنتج جزء منحنى f على $D\cap\left[-\frac{T}{2}+(k+1)T;\frac{T}{2}+(k+1)T\right]$ بحيث $k\in\mathbb{Z}$ من جزء منحنى f على $D\cap\left[-\frac{T}{2}+kT;\frac{T}{2}+kT\right]$ بإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}(T;0)$

مثال : الدوال : cos و sin دورية و دورهم $T=2\pi$

الدالة tan دالة دورية ودورها هو : $T=\pi$

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

III.مطاريف دالة عددية

نشاط1: ** تمرين : (10 - س)

تعريف: لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I و a عنصرا من المجال I

- نقول إن $f(a)$ هي القيمة القصوى للدالة f على المجال I,إذا كان : $\forall x\in I\quad f(x)\le f(a)$
- نقول إن $f(a)$ هي القيمة الدنيا للدالة f على المجال I,إذا كان : $\forall x\in I\quad f(x)\ge f(a)$

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

IV.مقارنة دالتين

نشاط1: لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي : $f(x)=2x+1$ و $g(x)=x^2$

1. حدد D_f و D_g
2. أرسم في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالتين f و g
3. قارن f و g

1.تساوي دالتين

تعريف 1: لتكن f و g دالتين عدديتين و D_f و D_g على التوالي مجموعة تعريفهما.
نقول إن f تساوي g ونكتب $f=g$ إذا وفقط إذا كان :
$D_g=D_f$ و $(\forall x\in D_f)\ \ f(x)=g(x)$

2.مقارنة دالتين

تعريف 2:
لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجال I .نقول إن f أصغر من أو يساوي g على مجال I ونكتب $f\le g$ إذا وفقط إذا كان : $(\forall x\in I)\ \ f(x)\le g(x)$

3.التأويل الهندسي :

$f\le g$ على مجال I يعني هندسيا أن منحنى الدالة f يوجد تحت منحنى الدالة g على المجال I .

ملحوظة :

- $f<g$ على المجال I إذا وفقط إذا كان : $(\forall x\in I)\ f(x)<g(x)$
- $f\ge 0$ على المجال I إذا وفقط إذا كان : $(\forall x\in I)\ f(x)\ge 0$

** تمرين تطبيقي : (13 - س)

V. عمليات على الدوال

1.مجموع و جداء خارج دالتين

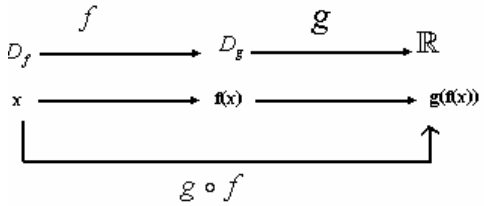
تعريف: لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على نفس المجموعة I .
**مجموع الدالتين f و g , نرمز له بالرمز : $f+g$ وهي الدالة المعرفة على I بما يلي : $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
**جداء الدالتين f و g , نرمز له بالرمز : $f.g$ وهي الدالة المعرفة على I بما يلي : $(f\cdot g)(x)=f(x)\times g(x)$
**إذا كان $(\forall x\in I)\ \ g(x)\neq 0$ فان :خارج الدالتين f و g , نرمز له بالرمز : $\frac{f}{g}$ وهي الدالة المعرفة على I بما يلي :
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

2.مركب دالتين

نشاط1: لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي : $f(x)=x+1$ و $g(x)=x^2$
حدد : $(g\circ f)(x)=g(f(x))$ و $(f\circ g)(x)=f(g(x))$ ماذا تلاحظ ؟

تعريف: لتكن f و g دالتين عدديتين و D_f و D_g على التوالي مجموعة تعريفهما.
نضع : $D=\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\in D_f\ \text{و}\ f(x)\in D_g\}$
الدالة العددية h المعرفة على D_f بما يلي : $h(x)=g(f(x))$, تسمى مركب الدالتين f و g في هذا الترتيب ويرمز لها بالرمز $g\circ f$ ومنه : $(\forall x\in D_f)\ \ (g\circ f)(x)=g(f(x))$

ملحوظة : مجموعة تعريف $g\circ f$: $D_{g\circ f}=\{x\in D_f\ /\ f(x)\in D_g\}$



** تمرين تطبيقي : (16 - س)

3– صورة مجال بدالة

-نشاط: ** تمرين : (15 - س)

- تعريف
لتكن f دالة عددية للمتغير حقيقي و I مجال ضمن من D_f
صورة المجال I بالدالة f هي مجموعة جميع صور عناصر I بالدالة f نرمز له بـ $f(I)$
$f(I)=\{f(x)/\ x\in I\}$

ملحوظة:

* $y\in f(I)\Leftrightarrow \exists x\in I\ \ /f(x)=y$
* f دالة عددية و I مجال ضمن من D_f J مجال ضمن $\mathbb{R}$
$f(I)\subset J\Leftrightarrow \forall x\in I\ \ \exists y\in J\ \ /f(x)=y$
$J\subset f(I)\Leftrightarrow \forall y\in J\ \ \exists x\in I\ \ /f(x)=y$

** تمرين تطبيقي : (28 - س)

VI. رتابة دالة عددية

نشاط1: لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي : $f(x)=2x+1$ و $g(x)=-3x+2$ أدرس رتابة f و g .

نشاط2: لتكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي : $f(x)=2x^2$

حدد D_f و أدرس رتابة f على كل من المجالين : $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

حدد جدول تغيرات

منحى تغيرات دالة عددية

تعريف: لتكن f دالة عددية و I مجالا ضمن مجموعة تعريفها.

- f تزايدية قطعا على المجال I إذا وفقط إذا كان : $\left(\forall (x_1,x_2)\in I^2\right)\left(x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)\right)$
- f تناقصية قطعا على المجال I إذا وفقط إذا كان : $\left(\forall (x_1,x_2)\in I^2\right)\left(x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)\right)$
- f ثابتة على المجال I إذا وفقط إذا كان : $\left(\forall (x_1,x_2)\in I^2\right) f(x_1)=g(x_2)$

ملحوظة :

- يمكن دراسة رتابة دالة f على مجال I بدراسة إشارة معدل التغير : $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_1-x_2}$ مع x_1 و x_2 عنصرين مختلفين من I
- نقول إن f دالة رتيبة على I إذا كانت f تزايدية قطعا أو تناقصية قطعا على مجال I.

خاصية : لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f متماثلة بالنسبة للصفر. ليكن I مجالا من $\mathbb{R}^+$ ضمن D_f و I' مماثل I بالنسبة للصفر

إذا كانت f دالة زوجية فان :

- f تزايدية قطعا على المجال I إذا وفقط إذا كانت f تناقصية قطعا على المجال I'
- f تناقصية قطعا على المجال I إذا وفقط إذا كانت f تزايدية قطعا على المجال I'

إذا كانت f دالة فردية فان : f لها نفس الرتابة على كل من المجالين I و I'

VII. رتابة مركب دالتين :

خاصية : لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على التوالي على المجالين I و J بحيث : $f(x)\in J$ $\left(\forall x\in I\right)$ لدينا :

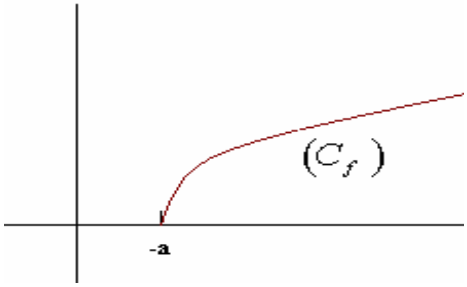
- إذا كانت f تزايدية قطعا على I و g تزايدية قطعا على J فان : $g\circ f$ تزايدية قطعا على I
- إذا كانت f تناقصية قطعا على I و g تناقصية قطعا على J فان : $g\circ f$ تزايدية قطعا على I
- إذا كانت f تزايدية قطعا على I و g تناقصية قطعا على J فان : $g\circ f$ تناقصية قطعا على I
- إذا كانت f تناقصية قطعا على I و g تزايدية قطعا على J فان : $g\circ f$ تناقصية قطعا على I

**** تمرين تطبيقي : (17- س)**

VIII. التمثيل المبياني للدالتين $x\to\sqrt{x+a}$ و $x\to ax^3$:

1- الدالة $x\to\sqrt{x+a}$

-نشاط: ** تمرين : (18 - س)



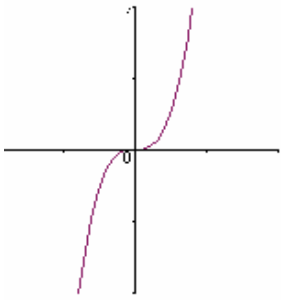
خاصية : الدالة $f:x\to\sqrt{x+a}$ معرفة و تزايدية قطعا على $[-a;+\infty[$

2- الدالة $x\to ax^3$

-نشاط: ** تمرين : (19 - س)

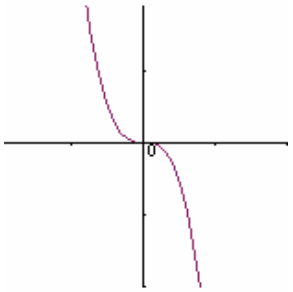
خاصية : لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي حيث $f(x)=ax^3$ و $a\in\mathbb{R}^*$

-* إذا كان $a\succ 0$ فان f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$



$a\succ 0$ -*

-* إذا كان $a\prec 0$ فان f تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$



$a\prec 0$ -*

**** تمرين تطبيقي : (20- س)**